UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE (USTHB)

Faculté d'électronique et d'informatique
2éme année Licence : Télécommunications / section B
Module : Télécommunications fondamentales

TP4: Calcul de la fonction de transfert d'une ligne coaxiale

OBJECTIFS

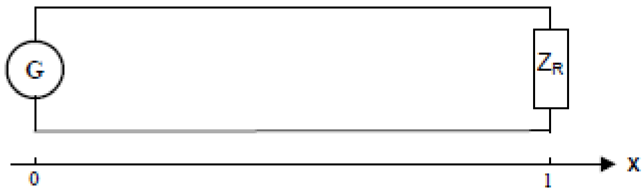
Le but du TP est l'étude générale de la propagation dans un câble coaxial. Après une partie théorique où on introduit les notions essentielles à l'étude de la transmission dans le câble, on valide cette théorie par des exemples de transmission sur un câble coaxial de L = 1.09m terminé par une impédance adaptée. Les objectifs à atteindre sont :

1- Présentation rapide des caractéristiques d'une ligne de transmission.
2- Mesure du coefficient de réflexion pour des charges quelconques et Simuler avec le logiciel TTspice.
3- Calcul de la fonction de transfert pour un câble coaxial.

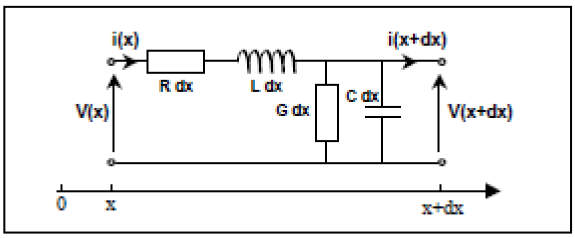
I- GÉNÉRALITÉS SUR LA LIGNE DE TRANSMISSION

1- Modélisation de la ligne

Une ligne de transmission de longueur l est constituée de deux conducteurs.
La ligne est alimentée à une extrémité par un générateur HF (hautes fréquences) et fermée à l'autre extrémité sur une impédance ZR (récepteur).



Remarque importante : La longueur l de la ligne est grande devant la longueur d'onde du signal, la tension et le courant seront donc variables le long de la ligne.
Pour faire l'étude de la propagation le long de la ligne, il faut modéliser la ligne en la décomposant en une suite de quadripôles mis en cascade.
Une très petite longueur dx de ligne sera équivalente au schéma ci-dessous :



- Les grandeurs R et L représentent la résistance et l'inductance du conducteur par unité de longueur (R en Ω/m et L en H/m).
- Les grandeurs G et C représentent la conductance et la "capacité" de l'isolant par unité de longueur (G en S/m et C en F/m).

2- Impédance caractéristique
Lorsque le fil est infini (pas de réflexion en bout de ligne), on définit l'impédance caractéristique ZC de la ligne :

$$Z_C = \frac{R + jLw}{G + jCw}$$

Exemple : ZC = 50 pour les câbles coaxiaux BNC de laboratoire.

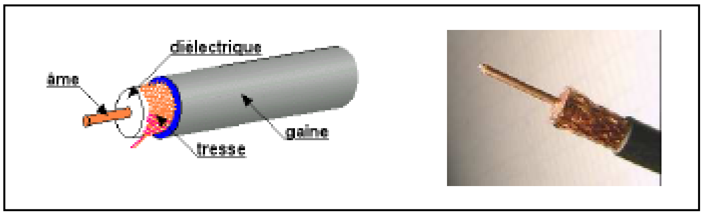
3- Vitesse de propagation

Considérons ici que la ligne est sans pertes (R =0 et G=0), on démontre alors que la vitesse de propagation vP du signal dans la ligne est :

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

II. Rappels théoriques sur la propagation dans une ligne coaxiale

Un câble coaxial est une ligne dont la masse est constituée d'une tresse de forme cylindrique entourant le conducteur central (âme). L'isolant entre la tresse de masse et le conducteur central est appelé *diélectrique*.



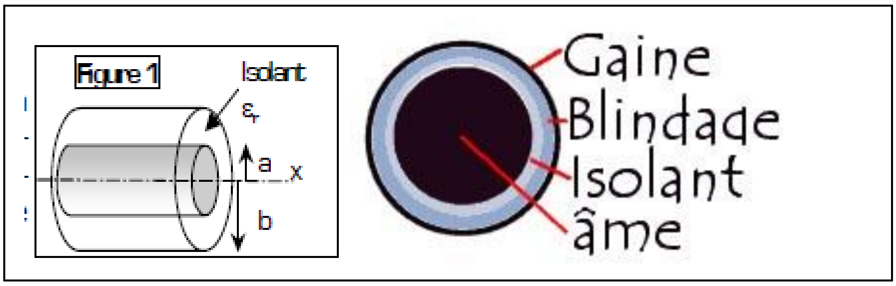
Le câble coaxial est le type de ligne le plus répandu. On l'utilise pour :
- réception : TV, TV par satellites, radio en FM, bandes amateurs
- émission : de 1,8 MHz à 3 GHz. Au delà de 5MHz on utilise des guides d'onde
- réseaux de transmission de données, appareils de mesures
- connexions à haute fréquence entre appareils ou entre modules à l'intérieur des appareils

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs de même axe Ox : un cylindre plein (l'âme) de rayon a et une tresse cylindrique d'épaisseur négligeable (la gaine), de rayon b. Le conducteur central sert à amener un courant électrique et la tresse extérieure en assure le retour (jouant le rôle de masse).

L'espace entre l'âme et la gaine est rempli d'un diélectrique non magnétique, homogène, linéaire et isotrope, de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, et de perméabilité magnétique μ_0..

ε_0 est la permittivité absolue du vide, ε_r la permittivité relative du diélectrique et μ_0 est la perméabilité magnétique absolue du vide.

L'isolant séparant les deux conducteurs est en polyéthylène de permittivité relative ε_r .



Paramètre de phase

Le paramètre de phase pour les lignes à faibles pertes : $\beta = w\sqrt{LC}$

$$\beta = 2\pi.\frac{c}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon\mu_0} = 2\pi\frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0}$$

Comme par définition $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, il résulte que la longueur d'onde sur la ligne $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ est la même qu'en espace libre diélectrique.
D'autre part la vitesse de phase est donnée par :

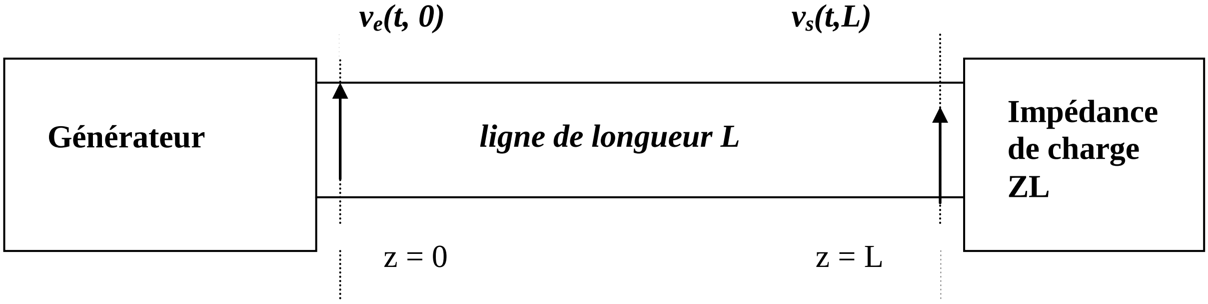
$$v_p = \frac{w}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Impédance caractéristique
En se plaçant toujours dans l'hypothèse des lignes à faibles pertes, l'impédance caractéristique est donnée par :

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

III. Travail théorique :

1- On considère une ligne de longueur L et d'impédance caractéristique Z_C alimentée par un générateur dont l'impédance interne est également Z_C. Cette ligne est fermée en z = L par une impédance Z_L.



La tension et le courant $v_M(t,z)$ et $i_M(t,z)$ en un point M peuvent s'exprimer comme la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie.
Le coefficient de réflexion de l'onde sur la charge en z = L est le rapport entre l'onde réfléchie et l'onde incidente, soit :

$$\rho = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}$$

Cas de la ligne adaptée

On place à la sortie de la ligne une impédance R = 50 Ω. On envoie un signal d'entrée ve(t) HF ,et on observe les signaux ve(t) et vs(t).
On appelle Ve la valeur maximale de ve(t) et Vs la valeur maximale de vs(t). Montrer alors que $V_S = V_e \times e^{-\alpha \cdot L}$ où α est le coefficient qui intervient dans l'équation de télégraphistes : $\frac{d^2 \underline{v}}{dz^2} = \gamma^2 \times \underline{v}$

avec $\gamma = \alpha + j\beta$.

Montrez que le coefficient d'amortissement α s'écrit $\alpha = -\frac{1}{L} \times \ln(\frac{Vs}{Ve})$.

2- On considère une ligne de longueur L et d'impédance caractéristique Z_C alimentée par un générateur dont l'impédance interne est également Z_C. Cette ligne est fermée en z = L par une impédance Z_L**,** exemple : les câbles coaxiaux BNC de laboratoire (ancien réseau informatique).

Considérons que la ligne est à faibles pertes (R ≈ 0_/m et G ≈ 0S/m), pour un câble coaxial BNC on a mesuré L = 257 nH/m et C = 97,5 pF/m.
Trouvez la valeur de l'impédance caractéristique du câble et la vitesse de propagation.

Si on applique à l'entrée de cette ligne une onde de tension sinusoïdale : ve(t,0) = Ve.cos(ω.t), celle-ci va se propager le long de la ligne avec une vitesse V et atteindra le point à l'abscisse z avec un retard $\tau = \frac{l}{V}$.
Au point M d'abscisse z, la tension s'exprimera donc par : vM(t, z) = VM.cos(ω.(t-τ)) = VM .cos(ω.t - $\frac{\omega}{V}$ .z)
En faisant intervenir la longueur d'onde λ :

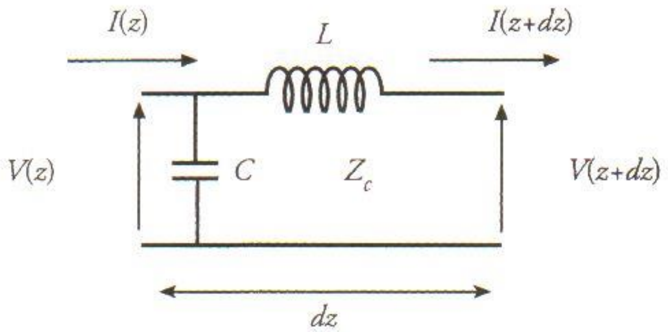
- Rappeler la relation entre λ , V et T sachant que λ est la distance parcourue par l'onde en une période T.
- Exprimer la tension vM(t, z) en fonction de t, T, z et λ .

Pour l'amplitude VM, deux cas peuvent se présenter :

- la ligne est sans pertes et VM = Ve (l'amplitude reste constante au cours de la propagation).
- la ligne comporte des pertes et l'amplitude VM s'amortit si z augmente.

Onde directe et réfléchie, impédance caractéristique

On modélise un tronçon de la ligne de longueur dz (compris entre l'abscisse z et z+dz) par le schéma suivant :



L : inductance pure pour représenter l'énergie emmagasinée par la ligne.
C : capacité pure pour représenter l'énergie emmagasinée dans le diélectrique.
On considère dans un premier temps que la ligne est sans pertes. Pour en tenir compte, il faudrait ajouter une résistance R et une conductance G à L et C .
On adopte les notations complexes (en régime sinusoïdal) pour pouvoir utiliser les lois d'ohm classiques.
On pose Z = j.L.ω et Y = j.C. ω
En écrivant les lois classiques des circuits (lois des mailles et des nœuds) et en se limitant au premier ordre, démontrer les deux relations suivantes :

$\frac{d\underline{v}}{dz} = (-1) \times \underline{Z} \times \underline{i}$ et $\frac{d\underline{i}}{dz} = (-1) \times \underline{Y} \times \underline{v}$

avec v et i les notations complexes associées à vM(t,z) et à iM(t,z)

Dériver ces deux équations pour obtenir « l'équation des télégraphistes » :

$\frac{d^2\underline{v}}{dz^2}=\gamma^2\times\underline{v}$ et $\frac{d^2\underline{i}}{dz^2}=\gamma^2\times\underline{i}$ où $\gamma^2 = Y . Z$

γ est un nombre complexe qui peut s'écrire : $\gamma = \alpha + j.\beta$

Préciser l'unité de α et β et donner l'expression de β en fonction de L, C et ω si la ligne est sans pertes.

Montrer alors que la tension et le courant vM(t,z) et iM(t,z) au point M peuvent s'exprimer comme la superposition d'une onde incidente (notée D comme directe) et d'une onde réfléchie (notée R) :

$v = v_D . e^{-\gamma.z} + v_R . e^{+\gamma.z}$

$i = i_D . e^{-\gamma.z} + i_R . e^{+\gamma.z}$

On donne $v_D . e^{-\gamma.z} = v_D . e^{-\alpha.z} . e^{-\beta.z}$ correspond à une onde progressive se dirigeant vers les $z > 0$.

Montrer de même que : $v_R . e^{+\gamma.z} = v_R . e^{+\alpha.z} . e^{+\beta.z}$ correspond à une onde progressive se dirigeant vers les $z < 0$.

Donner la valeur de α si la ligne est sans pertes.

Exprimer le coefficient β au cas où la ligne est sans pertes en fonction de L, C et ω.

En se servant des deux relations démontrées précédemment : $\frac{d\underline{v}}{dz}=(-1)\times\underline{Z}\times\underline{i}$ et $\frac{d\underline{i}}{dz}=(-1)\times\underline{Y}\times\underline{v}$, montrer qu'on a une relation entre les coefficients iD et iR d'une part et les coefficients vD et vR d'autre part :

$\underline{i_D}=\frac{\underline{v_D}}{\underline{Z_C}}$ et $\underline{i_R}=\frac{-\underline{v_R}}{\underline{Z_C}}$ avec $Z_C=\sqrt{\frac{Z}{Y}}$

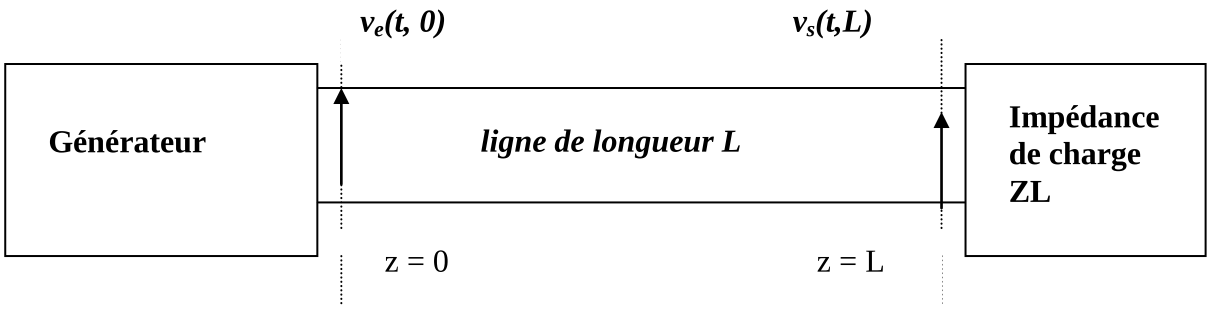
Zc est appelée impédance caractéristique de la ligne car si la ligne est de longueur infinie, l'onde réfléchie n'existe pas et on a : v = Zc . i

Exprimer l'impédance caractéristique en fonction de L et de C si la ligne est sans pertes.

coefficient de réflexion.

On considère une ligne de longueur L et d'impédance caractéristique ZC alimentée par un générateur dont l'impédance interne est également ZC. Cette ligne est fermée en z = L par une impédance ZL.

Le schéma du montage sera alors le suivant :



Le coefficient de réflexion de l'onde sur la charge en z = L est le rapport entre l'onde réfléchie et l'onde incidente, soit : $\boxed{\rho = \dfrac{\underline{V_R} \cdot e^{\gamma \cdot L}}{\underline{V_D} \cdot e^{-\gamma \cdot L}} = \dfrac{\underline{V_R}}{\underline{V_D}} \times e^{2.\gamma.L}}$

En écrivant qu'au bout de la ligne, on a également : $\underline{v} = Z_L \times \underline{i}$, en déduire que : $Z_L = Z_C \times \dfrac{1+\rho}{1-\rho}$, puis finalement que : $\rho = \dfrac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}$

Donner la valeur de ρ pour les trois cas spécifiques suivants :

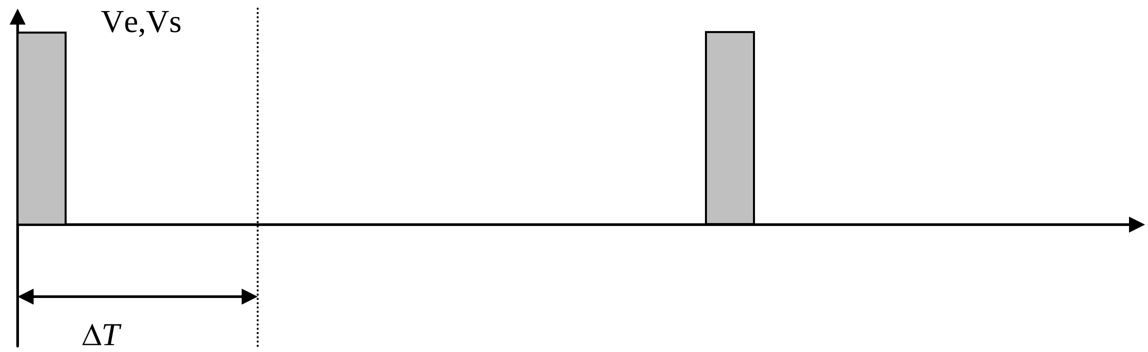
Cas n°1 : $Z_L = Z_C$: on dit que la charge est adaptée à la ligne. Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Montrer que tout se passe comme si la ligne était de longueur infinie.

Cas n°2 : $Z_L = \propto$ (ligne ouverte) : Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Que vaut l'onde totale en z = L ? Que devient le courant en z = L ?

cas n°3 : ZL = 0 (ligne en court-circuit) : Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Que vaut l'onde totale en z = L ? Que deviennent les courants incident et réfléchi en z = L ?

a) Dessiner alors sur l'annexe ci-dessous les deux ondes de tensions ve et vs pour les trois cas précédents, si on ne tient pas compte de l'affaiblissement. Expliquer pour chaque cas vos chronogrammes. R = 50 Ω :
R = 75 Ω : R = ∞ , R = 0 Ω

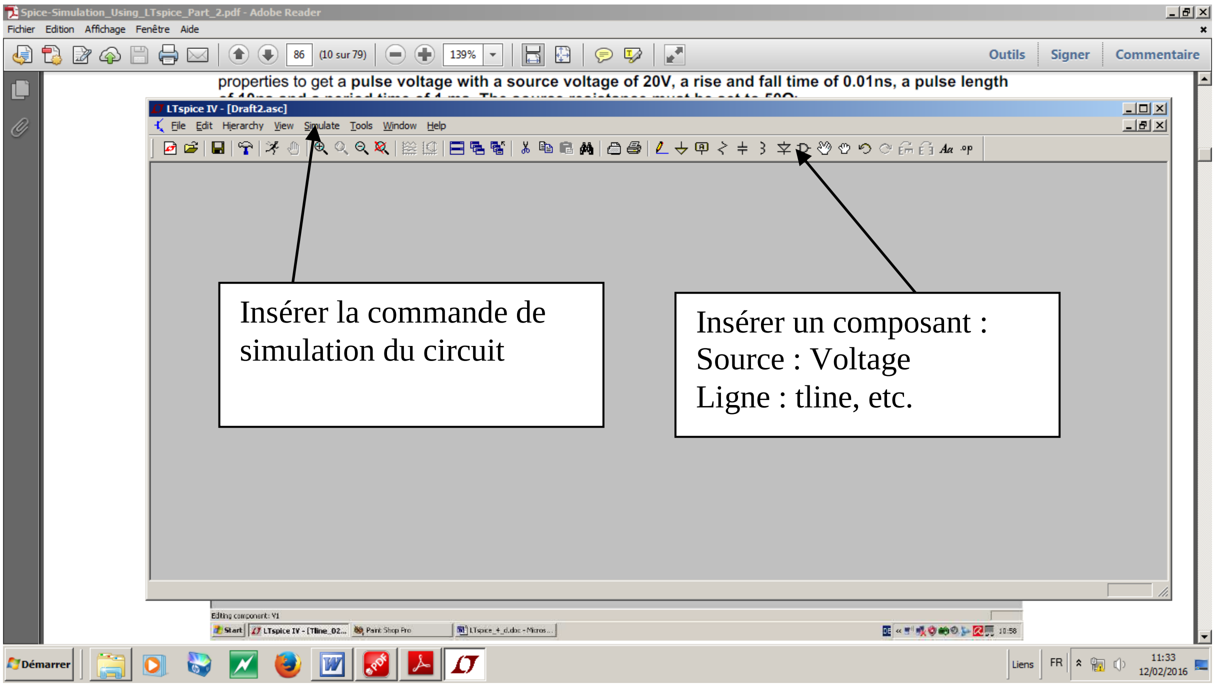
a) R = 50 Ω : ρs =



1°) - Simulation

3.1 Simulation d'une ligne coaxiale de longueur L et temps de propagation $\Delta T = 0.5\mu s$

Nous insérons une source de tension à partir de la librairie de LTspice. On donne les propriétés de l'impulsion en tension avec une tension source égale à 20V, un temps « fall and rise » à 0.1 ns ; une largeur de l'impulsion (pulse length) de 1ms et une période de 1 ms. La résistance de source égale à 50Ω peut être insérée avec la source de tension. La figure suivante nous montre comment insérer un composant quelconque (pulse ;tlin,etc) ainsi que la commande de simulation.



Une fois la source de tension insérée, modifier ses paramètres en cliquant sur le composant par le bouton droit et spécifier paramètres avancés comme le montre la figure suivante.

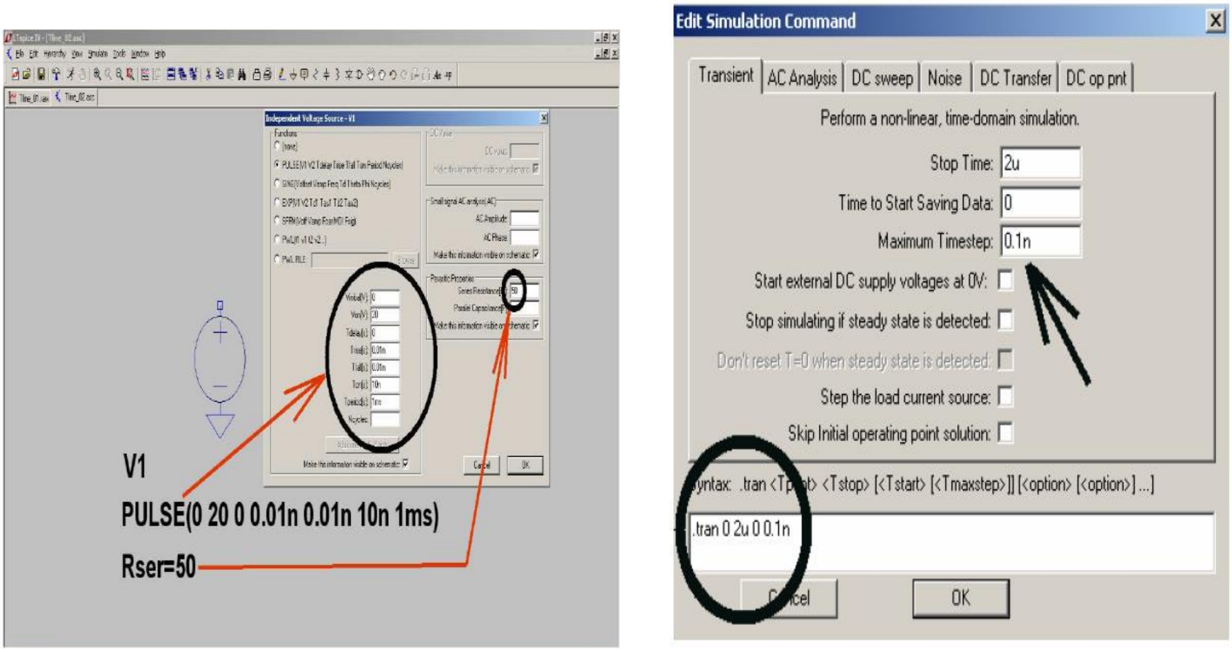


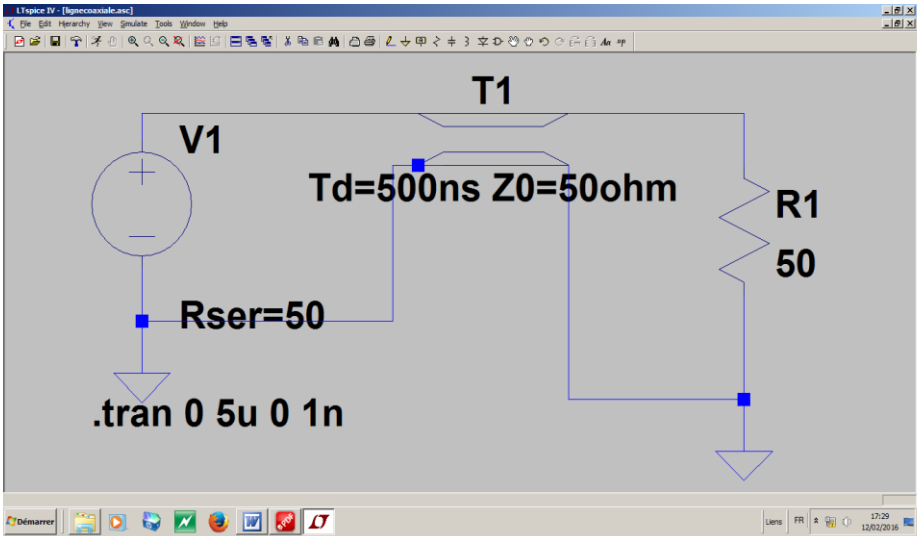
Figure Edition des propriétés de la source en tension

Par la suite, nous insérons une ligne de transmission en tapant le mot clé (tline) avec le temps de propagation à la place de la longueur de la ligne.

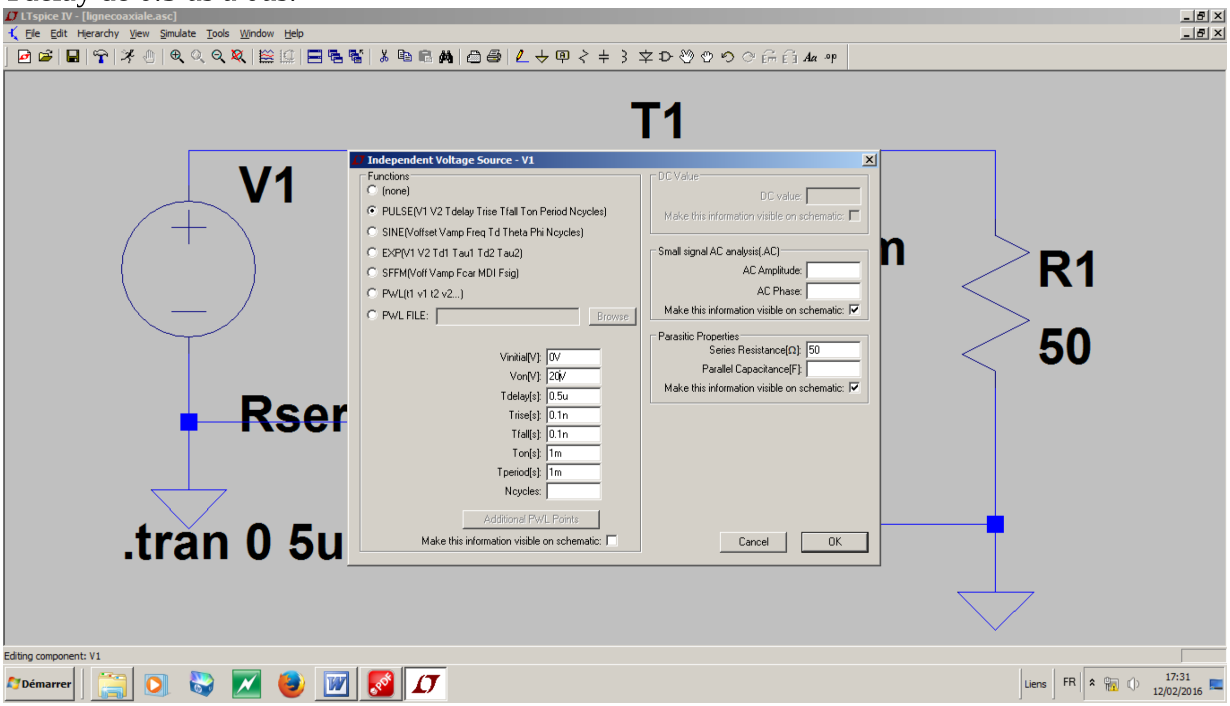
Ce temps peut être calculé avec la longueur physique du câble égale à 100 m et une vitesse de propagation de $2.10^8\ m/s$ comme suit :

$$t_{prop} = \frac{l}{V_{cable}} = \frac{100}{2.10^8} = 0.5\ \mu s$$

Réaliser le circuit suivant et ajustez les paramètres comme suit :



Pour le générateur impulsionnel V1 ; mettre Vinitial=0v, Von=20V, Tdelay=0.5us, Trise=Tfall=0.1ns, Ton=Tperiode=1ms. Résistance série =50ohm. On peut changer la valeur de Tdelay de 0.5 us à 0us.



Pour la ligne de transmission, régler les paramètres suivants : Td=500ns Z0=50ohm. Td représente le temps de propagation de la ligne coaxiale.

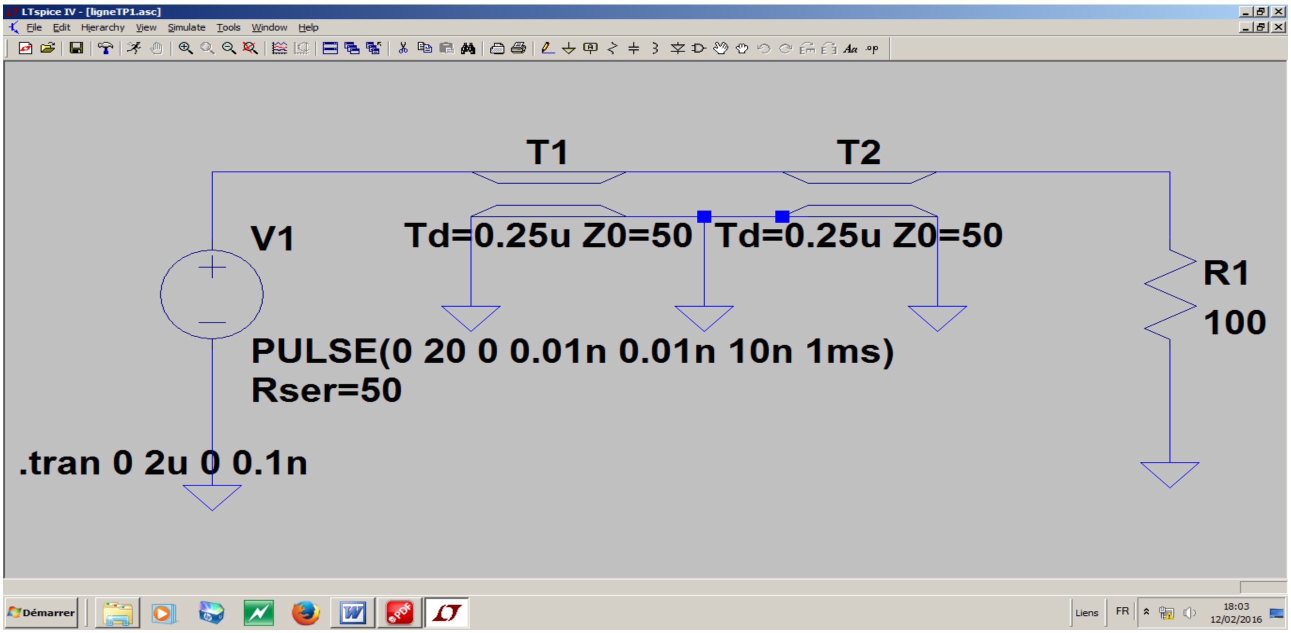
Terminez le circuit par une charge d'impédance réelle R variable (50ohm, 100 ohm, 1000 ohm et 0.001ohm).
Pour chaque terminaison, tracez les variations de la tension à l'entrée et la sortie, discutez les résultats obtenus et vérifier les résultats théoriques.

Cas N02 : Simulation avec deux lignes coaxiales de longueur L et temps de propagation de chaque ligne est de $\Delta T = 0.25\mu s$

Ce temps de 0.5µs est réalisé en utilisant deux lignes RG58 identiques connectés en série. Chaque ligne produit un retard de 0.25µs, ainsi nous obtenons un retard total désiré de 0.5 µs.
Nous souhaitons visualiser le signal à la moitié de la ligne globale (moitié de la longueur totale).

Nous insérons une source de tension à partir de la librairie de LTspice. On donne les propriétés de l'impulsion en tension avec une tension source égale à 20V, un temps « fall and rise » à 0.01 ns ; une largeur de l'impulsion (pulse length) de 10ns et une période de 1 ms. La résistance de source égale à 50Ω peut être insérée avec la source de tension.

Réaliser le schéma suivant



Terminez le circuit par une charge d'impédance réelle R variable (50ohm, 100 ohm, 1000 ohm et 0.001ohm).
Pour chaque terminaison, tracez les variations de la tension à l'entrée et la sortie, discutez les résultats obtenus et vérifier les résultats théoriques.

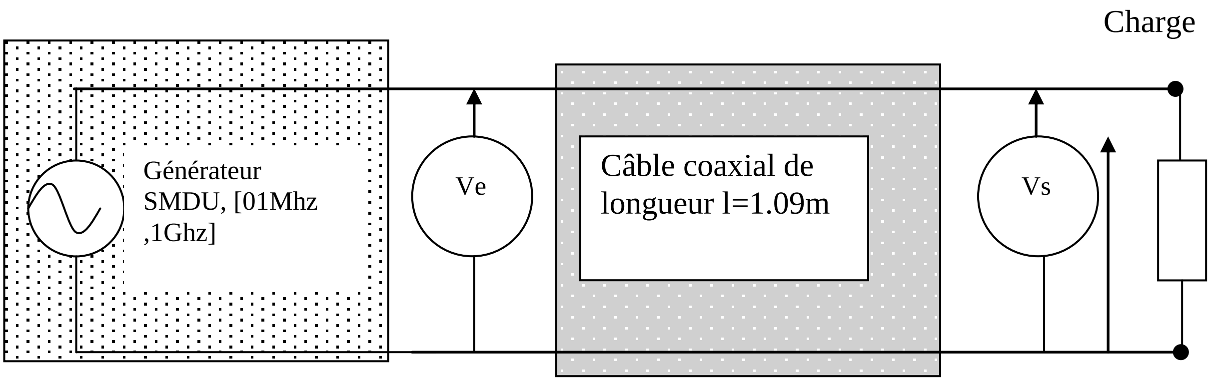
Manipulation

On se propose d'étudier la fonction de transfert d'un câble coaxial. On réalise la manipulation suivante :

- prendre un câble coaxial d'impédance caractéristique $Z_c = 50\Omega$ de longueur 1.09m alimenté par un générateur haute fréquence et fermé par son impédance $Z_R = 50\Omega$.
- Deux voltmètres branchés en entrée et en sortie de la ligne.

On considère le système précédent où la ligne est un câble coaxial (type RG58) de L = 1.09 m d'impédance caractéristique $Z_C = 50\ \Omega$, fermée sur une résistance R (une charge adaptée égale à50 Ω et une autre égale à 75 Ω . Le générateur est un GBF d'impédance interne Rg = 50 Ω, de manière à ce que la ligne soit adaptée en entrée et qu'il n'y ait pas de réflexions multiples (il n'y aura pas de réflexion à l'entrée du GBF). On branche deux voltmètres l'un en entrée mesurant Ve et l'autre en sortie mesurant Vs.

Le schéma expérimental sera le suivant :



1. Pour f= 10Mhz, Exprimer le coefficient de réflexion ρs en sortie de la ligne en fonction de R et de Zc.

Que vaut le coefficient de réflexion en sortie ρs si :

b) R = 50 Ω : ρs =
c) R = 75 Ω : ρs =
d) R = ∞ : ρs =

2. Calcul de la constante d'atténuation α

1°) Relevez les tensions d'entrée et de sortie V_e et V_s pour différentes fréquences (allant de 1Mhz à 10 Mhz, de 10Mhz à 100 Mhz et de 100Mhz à 1 Ghz).

F(Mhz)	1….	10	20……	80,90	100…..	200	400	500	800	1000
V_e(v)										
V_s(v)										
α										

a- Calculez la valeur de la constante d'atténuation α pour chaque fréquence pour les deux cas cités précédemment (R = 50 Ω et R = 75Ω).

b- Tracez les variations de α en fonction de la fréquence sur papier semilog. Conclure ?

Conclure.