

Faculté d'électronique et d'informatique
2ème année Licence : Télécommunications / section B
Module : Télécommunications fondamentales

Travaux dirigés N02 : Lignes de transmission

EXERCICE 1

1. Calculez le temps t mis par une onde électromagnétique pour parcourir une distance $l=1$ m dans l'air.
2. Calculez le temps t mis par une onde électromagnétique pour parcourir une distance $l=30$ cm dans le silicium dont la constante diélectrique relative est $\epsilon_r = 11$.

Conclure.

EXERCICE 2

1. La fréquence d'une onde électromagnétique est $f=1$ GHz. Calculez la vitesse de propagation et la longueur d'onde λ dans un diélectrique dans les cas suivants :
 $\epsilon_r = 9$, $\epsilon_r = 2.25$ et $\epsilon_r = 1$
2. Déterminez la constante diélectrique relative ϵ_r d'un milieu dans lequel la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique est de 125000 Km/s.
3. la vitesse de propagation dans une ligne coaxiale est $v = 2.10^8$ m/s et la fréquence est $f=4$ Ghz. Calculez la constante de phase.

EXERCICE 3

On se propose d'étudier la vitesse des ondes électromagnétiques et impédances caractéristiques de quelques milieux.

La célérité du courant dans une ligne est donnée par : $v^2 = \frac{1}{LC}$

Avec L inductance par unité de longueur (linéique) et C capacité linéique de la ligne.

On a de plus une relation liant L et C avec ϵ_0 , ϵ_r , μ_0 et μ_r .

Soit : $LC = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r$

L'impédance caractéristique du milieu est donnée par $Z_c = vL = \sqrt{\frac{L}{C}}$

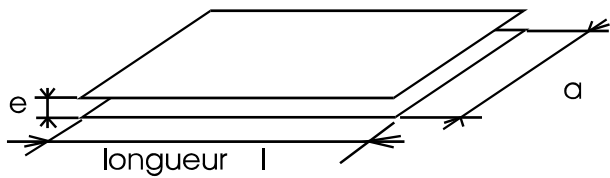
(v : vitesse, C capacité linéique et L inductance linéique) pour une onde directe, seul cas envisagé.

1. Montrer que la vitesse des ondes électromagnétiques dans un milieu caractérisé par ϵ_r et μ_r

est donnée par $v = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$. Tel que c_0 est la vitesse de la lumière.

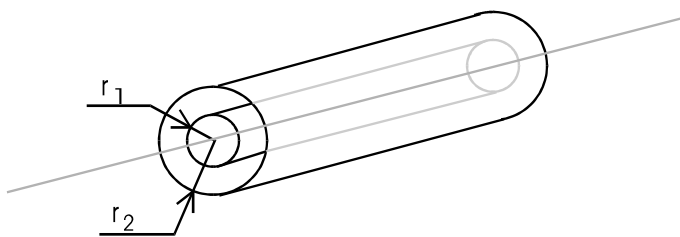
2 Dans les cas envisagés ci-dessous, L et C dépendent des caractéristiques géométriques de la ligne envisagée. Dans chaque cas, calculer v et Z_C en fonction des données.

2.1 Ligne à rubans



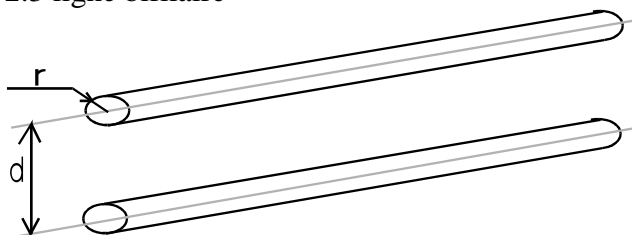
$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot a}{e} \quad \text{et} \quad L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot e}{a}$$

2.2 Ligne coaxiale



$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad \text{et} \quad L = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

2.3 ligne bifilaire



$$C = \frac{\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{r+d}{r}\right)} \quad \text{et} \quad L = \frac{\mu_0\mu_r}{\pi} \ln\left(\frac{r+d}{r}\right)$$

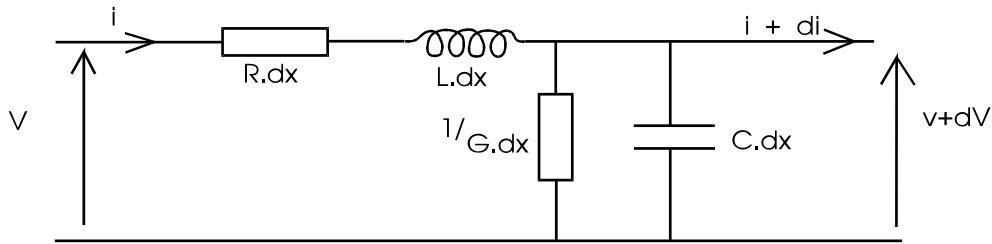
Applications numériques :

$\epsilon_r = 1,5$; $\mu_r = 1$; $a = 1 \text{ cm}$; $e = 3 \text{ mm}$; $r_1 = 0,5 \text{ mm}$; $r_2 = 2,5 \text{ mm}$; $r = 0,5 \text{ mm}$; $d = 8,5 \text{ mm}$

On rappelle que: $C_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ (unité S.I.) et $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ (unité S.I.).

EXERCICE 4

On s'intéresse à la propagation du courant I et de la tension V dans un câble coaxial (ou dans une ligne bifilaire). Localement, on représente chaque longueur infiniment petite dx de longueur par :



Avec : R = résistance par unité de longueur de câble (en $\Omega.m^{-1}$)

L = inductance " " " " (en $H.m^{-1}$)

G = conductance " " " " (en $\Omega^{-1}.m^{-1}$)

C = capacité " " " " (en $F.m^{-1}$)

1) En utilisant les grandeurs complexes (comme en régime sinusoïdal) :

1.1) Exprimer $\frac{dV}{dx}$ en fonction de R, L et \underline{I} .

1.2) Exprimer $\frac{dI}{dx}$ en fonction de G, C et \underline{V} .

2) En posant $\gamma^2 = (R + jL\omega) (G + jC\omega)$ et en calculant $\frac{d^2V}{dx^2}$ et $\frac{d^2I}{dx^2}$, montrer que :

$$2.2.1) \frac{d^2V}{dx^2} - \gamma^2 \underline{V} = 0 \quad [\text{équation 1}]$$

$$2.2.2) \frac{d^2I}{dx^2} - \gamma^2 \underline{I} = 0 \quad [\text{équation 2}]$$

3) En déduire que $\underline{V} = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}$ est solution de l'équation 1.

Comment retrouver une expression temporelle $v(t)$ de \underline{V} ?

4) On pose $\gamma = \alpha + j\beta$. Calculer α et β .

5) Montrer que pour une ligne sans perte ($R = 0$ et $G = 0$), on a $\alpha = 0$ et $\beta = \omega\sqrt{LC}$.

6) Application numérique : On donne $v = \frac{1}{C \times Z_C}$ avec $C = 100 \text{ pF.m}^{-1}$ et $Z_C = 50 \Omega$.

Calculer v, vitesse de l'onde de tension (ou de courant) dans le câble.

Comparer la valeur obtenue à la vitesse des électrons dans le câble (environ 2 mm / s).

EXERCICE 5

Soit une ligne bifilaire de 1 m de long. Le rayon de chaque brin est de 1 mm et la séparation entre le brin est de 5 mm. Le métal présente une conductivité σ_c de $5.6 \times 10^7 \text{ S/m}$. On suppose que les conducteurs baignent dans un milieu diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 2.2$, de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 1$ et de conductivité $\sigma_d = 10^{-6} \text{ S/m}$. On transmet des signaux dont l'occupation fréquentielle est comprise entre 1 et 100 MHz.

1. Calculer l'inductance, la capacité de cette ligne.

2. Déterminer l'impédance caractéristique de la ligne et la vitesse de propagation (on pourra vérifier que la ligne présente des pertes faibles).

3. En déduire un modèle électrique équivalent pour la ligne.
4. On dispose maintenant d'une seconde ligne supposée à faibles pertes. Son impédance caractéristique est de $Z_c = 100 \text{ ohm}$ et la vitesse de propagation de $2.6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. En déduire l'inductance et la capacité linéique de cette ligne.

EXERCICE 6

On considère une ligne de transmission électrique (câble coaxial).

Les données concernant l'isolant de cette ligne sont : $\varepsilon = 1.256 \cdot 10^{-6}$ et $\mu = 1.768 \cdot 10^{-11}$

Les données électriques pour la ligne sont :

$L = 3 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$; $C = 100 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, les grandeurs R et G sont négligées.

La longueur de la ligne est $L=10\text{m}$.

1. Calculez l'impédance caractéristique Z_c de la ligne ?
2. Calculez la vitesse de propagation v d'une onde dans cette ligne ?
3. Un signal sinusoïdal de fréquence 20Khz est envoyé sur la ligne. Le phénomène de propagation de l'onde pourra-t-il mis en évidence (tension et courant variables le long de la ligne) ?
4. Même question qu'au point 3 mais avec une fréquence de 100 Mhz ?

EXERCICE7

Un câble coaxial a pour rayon $R_1 = 0.65 \text{ mm}$ et $R_2 = 2.35 \text{ mm}$. La permittivité du diélectrique est de $\varepsilon_r = 2.26$.

1. En absence de pertes, Calculez C, L, Z_c et la vitesse v ?

2. En considérant les pertes dans le conducteur (effet de peau) $\delta = \sqrt{\frac{2}{w \cdot \mu \sigma}}$

Calculez R, on prendra $\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ Moh/m}$

3. En considérant les pertes dans le diélectrique : $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r (1 - j \text{tg} \delta)$

Calculez G, on prendra $\text{tg} \delta = 2 \cdot 10^{-4}$ à 100 Mhz.

EXERCICES8

Une ligne ayant les caractéristiques suivantes est alimenté par un signal de fréquence $f=10\text{Khz}$.

$R = 5 \cdot 10^{-3} \text{ } \Omega/\text{m}$; $L = 4 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$; $G = 2 \cdot 10^{-9} \text{ S/m}$; $C = 5 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

1. Calculez : $R + jLw$ sous la forme $\rho_1 e^{j\varphi_1}$ et $G + jCw$ sous la forme $\rho_2 e^{j\varphi_2}$.
2. En déduire Z_c et γ . $\text{Re}[Z_c]$, $\text{Im}[Z_c]$, $\text{Re}[\gamma]$ et $\text{Im}[\gamma]$.
3. Calculez la longueur d'onde et la vitesse de propagation sur la ligne ?
4. Si on néglige les pertes, calculez la vitesse de propagation, en déduire la constante de phase ?

EXERCICE9

Un câble coaxial sans pertes a pour impédance caractéristique $Z_c = 50 \Omega$. Sachant que le diélectrique a une constante $\varepsilon_r = 2.25$, calculer :

1. la vitesse de propagation v ?
2. l'inductance linéique L ?
3. la capacité linéique C ?

EXERCICE10

Une ligne à air sans pertes est fermée sur une résistance R plus grande que la résistance caractéristique $R_c = 50\Omega$.

1. Sachant que le coefficient de réflexion $\Gamma = 0.8$, calculer la valeur de R.
2. Calculer la self et la capacité par unité de longueur ?

EXERCICE11

A l'extrémité d'une ligne d'impédance caractéristique $R_c = 50\Omega$, on a placé une résistance de charge R.

Le coefficient de réflexion sur la charge est $\Gamma = |\Gamma| \cdot e^{j\varphi}$ avec un module $|\Gamma| = 0.8$ et un argument $\varphi = \pi$.

1. Donner la définition du coefficient de réflexion ?
2. Calculez la valeur de la résistance ?

EXERCICE12

La constante de propagation d'une ligne est $\gamma = 0.1 + j \cdot 12.5$ (en unité du système international).

1. Donner la constante d'affaiblissement α en Np/m.
2. calculez l'affaiblissement α en dB/m.
3. Calculez la longueur d'onde λ sur cette ligne ?

EXERCICE13

On considère une ligne d'impédance caractéristique $Z_c = 100\Omega$. Cette ligne est terminée par une impédance de charge $Z_R = (200 - j150)\Omega$.

1. Calculez les valeurs du coefficient de réflexion au niveau de la charge Γ , en coordonnées cartésiennes et polaires ?
2. Sachant que le module de la tension au niveau de la charge est $V_R = 200V$, calculez le module des tensions incidente $V_i = V^+$ et réfléchie $V_r = V^-$.
3. Si la phase de V^+ est prise pour référence, déterminer V_i, V_r, I_i et I_r .
4. En déduire V_R et I_R (tensions et courants aux bornes de la charge)

EXERCICE14

Une ligne est formée de deux conducteurs plats dont la largeur a est beaucoup plus grande que l'espacement h.

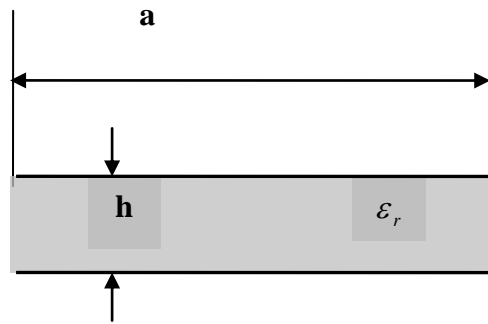


Figure : Ligne à plaques parallèles

1. Calculez approximativement C_1, L_1, Z_1 de cette ligne ?
2. Trouvez le rapport $\frac{a}{h}$ d'une ligne de ce type dont l'isolant est du téflon ($\epsilon_r = 2.10$) et dont l'impédance caractéristique est de 10Ω .

EXERCICE15

On considère une ligne à rubans sans pertes dont le diélectrique est de l'air.

1. sachant que $h=0.9$ mm et que $w=11.31$ mm.
 - a- calculez les constantes primaires L et C de la ligne ;
 - b- En utilisant les valeurs de L et C , calculez la vitesse de propagation v ;
 - c- Calculez l'impédance caractéristique Z_c .
2. On désire maintenant avoir une impédance caractéristique $Z_c = 50\Omega$ en utilisant une ligne à rubans sans pertes

EXERCICE N16

On envoie sur une ligne de transmission une seule impulsion. Un oscilloscope branché à l'entrée de la ligne donne l'oscillogramme ci-contre :

Le calibre de la base de temps est : 0.04 us/div.



1. Quelle est la nature de l'impédance branchée en bout de ligne (court-circuit ; circuit ouvert...)?
2. Sachant que la ligne a une longueur de 20m, calculez la vitesse de propagation du signal dans cette ligne ?

3. On branche en bout de ligne, une résistance de 70Ω et on ne voit plus apparaître qu'une seule impulsion sur l'oscillogramme. Quelle est l'impédance caractéristique de la ligne ?

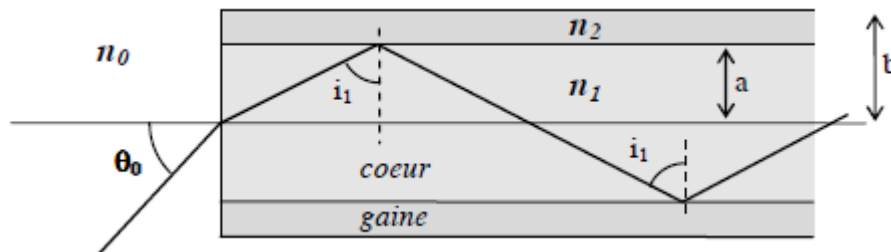
EXERCICE N17

Un rayon lumineux se propage en ligne droite dans un milieu d'indice $n_1 = 1.33$. Ce rayon pénètre, à travers une surface de séparation plane, dans un deuxième milieu d'indice $n_2 = 1.5$. L'angle d'incidence est $i_1 = 30^\circ$.

1. Calculez l'angle réfracté i_2 et faire un schéma ?
2. Calculez l'angle minimum de réflexion totale lorsque le rayon se propage du milieu 2 vers le milieu 1 (faire un schéma) ?

EXERCICE N18

La propagation d'un rayon lumineux à l'aide d'une fibre optique à saut d'indice peut être schématisé par la figure ci-dessous :



On donne : $n_0 = 1.2$; $n_1 = 1.85$; $n_2 = 1.5$, la longueur de la fibre est $L=2\text{Km}$

1. Calculez l'angle minimal i_{1R} qui permet la réflexion totale du rayon dans la fibre ?
2. Calculez l'angle maximal $\theta_{0\max}$ qui autorise la propagation du signal dans la fibre.
3. Pour le mode de propagation en ligne droite sans réflexions, calculez le temps de transmission d'une information dans cette fibre.
4. Pour un mode de transmission correspondant à des réflexions successives de $i_1 = 70^\circ$, calculez le temps de transmission de l'information.