2ème année Licence : Télécommunications / section B
Module : Télécommunications fondamentales

Chapitre 1 : Filtrage analogique

1. ROLE

Le filtrage est une forme de traitement de signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques, qui modifient son spectre de fréquence et/ou sa phase et donc sa forme temporelle. Il peut s'agir soit :
- d'éliminer ou d'affaiblir des fréquences parasites indésirables
- d'isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles.

Applications :
- systèmes de télécommunication (téléphone, télévision, radio, transmission de données…),
- systèmes d'acquisition et de traitement de signaux physiques (surveillance médicale, ensemble de mesure, radars),
- Alimentation électrique.

2. DIFFERENTS TYPES DE FILTRES

On classe les filtres en deux grandes familles : ANALOGIQUE et NUMERIQUE.

Les filtres numériques sont réalisés à partir de structure intégrée microprogrammable (DSP). Ils sont totalement intégrables, souples et performants.

Ils sont utilisés chaque fois que c'est possible. Ils sont pour l'instant limités à des fréquences pas trop élevées (< 100MHz).

Les filtres analogiques se divisent eux mêmes en plusieurs catégories :

- *les filtres passifs* qui font appels essentiellement à des inductances de haute qualité et des condensateurs. Ils sont actuellement utilisés pour les hautes fréquences. (utilisation de quartz)

- *les filtres actifs* sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs qui sont essentiellement des amplificateurs AIL. Ils sont moins encombrants, faciles à concevoir et moins coûteux que les filtres passifs mais restent limités en fréquence (< 1MHz à cause de l'AIL). Ils consomment plus et nécessitent une source d'alimentation.

Depuis le début des années 80 sont apparus des filtres actifs à capacité commutée. Ils permettent de programmer la fréquence de coupure et d'être intégrable.

Un filtre est caractérisé par une fonction de transfert $T(j\omega)$ déterminant le rapport Vs/Ve des tensions d'entrée et de sortie.

Pratiquement, un filtre est caractérisé par deux courbes de réponse, amplitude/fréquence et phase/fréquence.

Type	Composants	Spécificités
Filtres passifs	composants discrets L,C et piézo-électriques	fréquence élevée énergie élevée pas d'alimentation non intégrables
Filtres actifs standards	ampli. opérationnels composants R,C discrets ou intégrés	fréquence < à quelques MHz besoin d'alimentation tension de sortie faible < à 15V intégrables
Filtres à capacités commutées	ampli. opérationnels composants R,C intégrés interrupteurs MOS	fréquence 〈 à quelques MHz besoin d'alimentation tension de sortie faible < à 5V intégrables fréquence programmable
Filtres numériques	circuits logiques intégrés	signaux numérisés fréquence < à 100 MHz énergie faible idéaux pour de grandes séries

Les filtres à bande large

Ils peuvent être passifs, actifs à AOp (Amplificateur opérationnel) ou à transistor, ou construits autour d'une circuit intégré spécialisé (filtre à capacité commutée par exemple).

Les principales caractéristiques de ces filtres sont :

- le gain dans la bande passante ;
- le filtre laisse passer les signaux dont la fréquence se situe dans la plage appelée « bande passante » ;
- il atténue de manière plus ou moins importante les signaux en-dehors de la bande passante ;
- dans la bande passante, le gain du filtre est en général à peu près constant ;
- dans cette bande le filtre apporte du gain (filtres actifs) ou atténue le signal (filtres passifs).

Les fréquences de coupure basse et haute

- les limites de la bande passante sont appelées « fréquences de coupures »
- les fréquences de coupures sont atteintes lorsque le gain du filtre a chuté de 3 dB
- ce sont aussi les fréquences ou l'amplification a été divisée par 1,4.

A la fréquence de coupure : $G = G_0 - 3dB$ ou $A_v = \dfrac{A_{v0}}{\sqrt{2}}$.

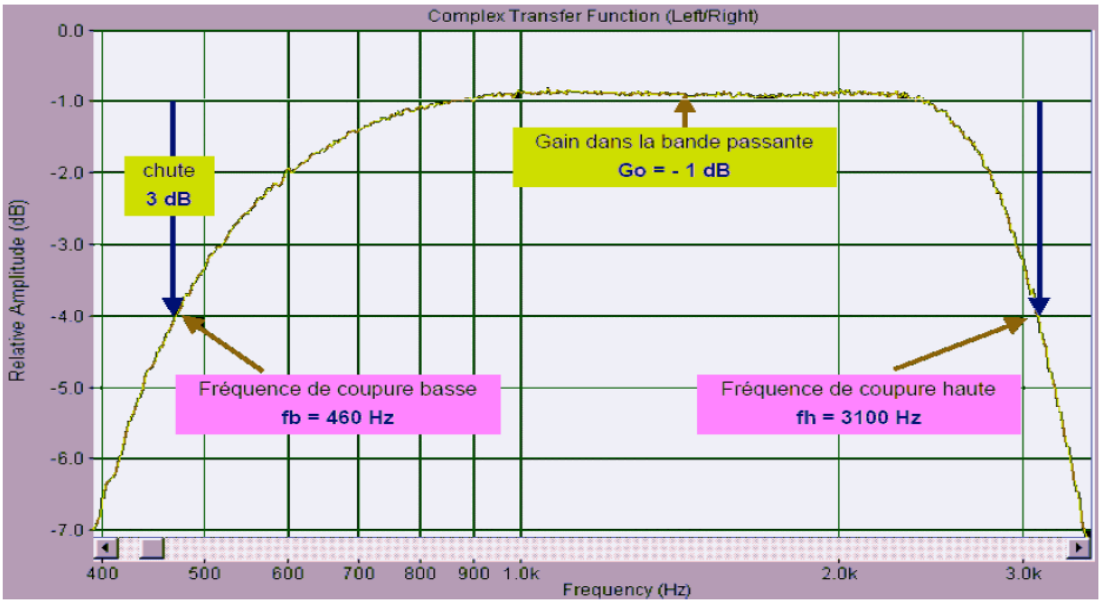


Figure 1. Réponse en fréquence d'un filtre passe bande

L'ondulation dans la bande passante
Si le gain n'est pas constant dans la bande passante, on caractérise les variations de gain par l'ondulation et on donne le gain en précisant l'amplitude de la variation :

Par exemple : G = 22 ± 1,5 dB indique que Le gain dans la bande passante vaut 22 dB
Les variations du gain restent dans une bande de ± 1,5 dB autour de 22 dB.

Les filtres à bande étroite
Ils peuvent être actifs ou numériques (aux basses-fréquences) mais sont en général passifs : filtres LC, céramiques (récepteurs FM, TV), à onde de surface (GSM).
Ils sont très utiles en télécommunications comme filtres de bande pour éliminer les signaux hors bande de réception ou comme filtres de fréquence intermédiaire (voir chapitre 3 :modulation analogique)).
Les principales caractéristiques de ces filtres sont :

La fréquence centrale f0
Ces filtres travaillent au voisinage d'une fréquence appelée « fréquence centrale » :
C'est une caractéristique fondamentale du filtre, qui détermine la technologie qui peut être utilisée (à AOp, numérique, LC, piézoélectrique).

Le gain dans la bande passante G0
- ces filtres étant souvent passifs, le gain est en général négatif (atténuation)
- les progrès réalisés dans la technologie des filtres piézoélectriques ont permis d'obtenir des filtres à faible atténuation dans la bande passante (qques dB, voire moins de 1 dB).

La bande passante B
- pour les filtres étroits, on parle plus volontiers de bande passante plutôt que de fréquences de coupure
- on parle aussi souvent du coefficient de qualité Q d'un filtre sélectif : coefficient de qualité : $Q = \dfrac{f_0}{B}$

Remarque : cette bande passante peut-être donnée à –3dB, à –20 dB ou à –40 dB. La connaissance de ces 3 bandes passantes permet de se faire une idée sur la forme plus ou moins carrée du filtre.

L'atténuation minimale hors bande passante
En dehors de la bande passante, l'atténuation présente en général de nombreuses irrégularités, mais reste toujours en-dessous d'une valeur limite appelée « atténuation hors-bande ».

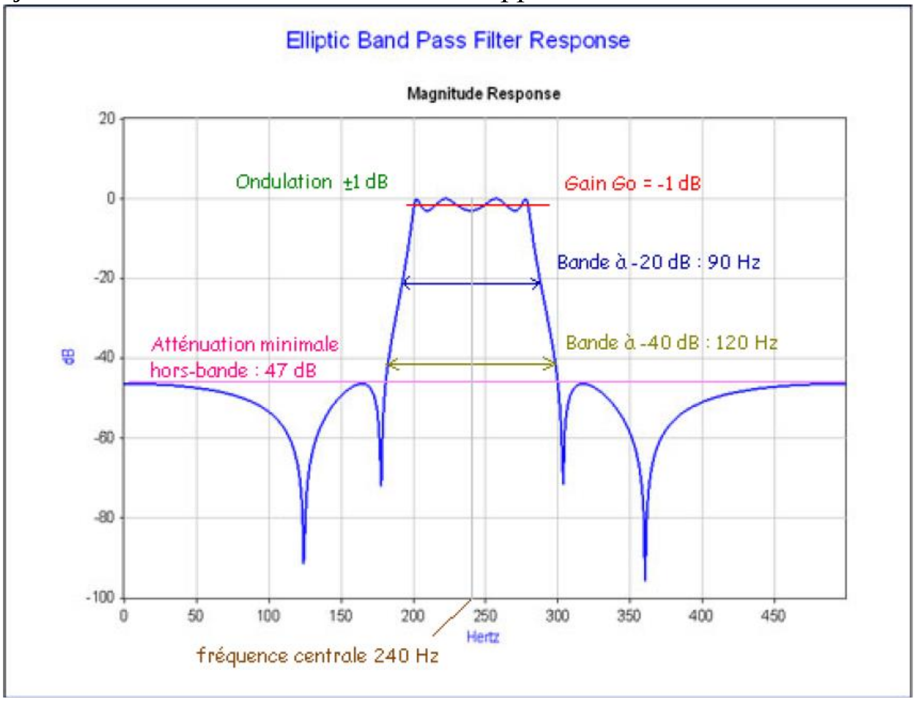
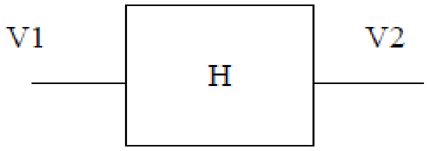


Figure 2. Réponse en fréquence d'un filtre à bande étroite

3. RAPPELS SUR LA THEORIE DU FILTRAGE

3.1. Notion de fonction de transfert

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre.



$$H(jw) = \frac{V_2}{V_1}$$

$$H_{dB} = 20 * \log\left|\frac{V_2}{V_1}\right| \quad et \quad \varphi = Argument\left(H(jw)\right)$$

3.2. Notion de fonction d'atténuation

Parfois, on préfère définir un filtre par rapport à l'atténuation qu'il amène sur la grandeur d'entrée :

$$A(jw) = \frac{1}{H(jw)} = \frac{V_1}{V_2}$$

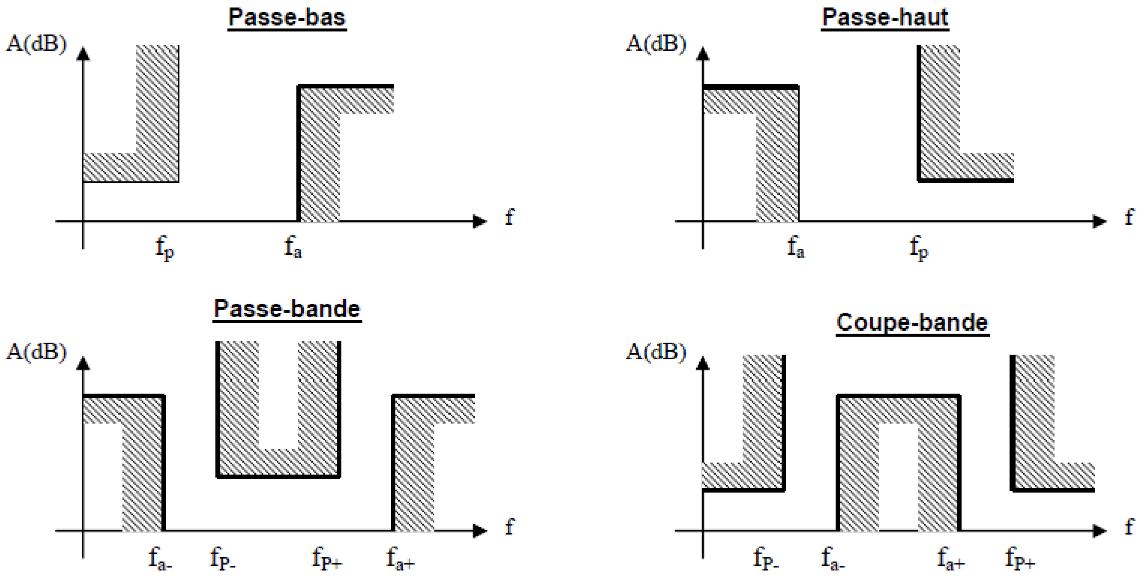
3.3. Filtre réel – Gabarit

Un filtre idéal présente :
- un affaiblissement nul dans la bande de fréquence que l'on désire conserver (Bande passante) ;
- un affaiblissement infini dans la bande que l'on désire éliminer (Bande atténuée) ;

Il est impossible pratiquement de réaliser de tels filtres. Aussi se contente-t-on d'approcher cette réponse idéale en :
- conservant l'atténuation A inférieure à Amax dans la bande passante
- conservant l'atténuation A supérieure à Amin dans la bande atténuée

Cela conduit ainsi à définir un gabarit définissant des zones interdites et des zones dans lesquelles devront impérativement se situer les graphes représentant l'atténuation du filtre en fréquence.

Suivant le type de réponse que l'on désire obtenir, on est amené à définir 4 familles de filtres :



3.4. Représentation en diagramme de Bode

3.4.1. Convention de la représentation

Elles sont au nombre de deux :

• L'échelle des fréquences ou des pulsations est ***logarithmique***

• La courbe de module est graduée ***en décibels : db*** $H_{dB} = 20 * \log\left|\frac{V_2}{V_1}\right|$

3.4.2. Graduation logarithmique de la fréquence

Le module en décibel et l'argument sont représentés sur du papier semi logarithmique : graduation linéaire en ordonnée et logarithmique en abscisse. Mais en réalité, le fait de tracer la relation $H_{dB} = 20 * \log\left|\frac{V_2}{V_1}\right|$ va conférer au système une représentation « log - log ».

3.4.3. Représentation sur des échelles semi-log

Ce type de représentation représente un double avantage :

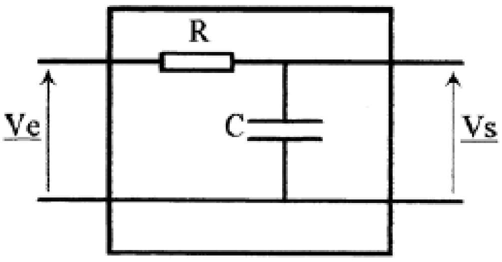
• Elle permet de faire une compression des données en préservant la représentation des faibles valeurs.

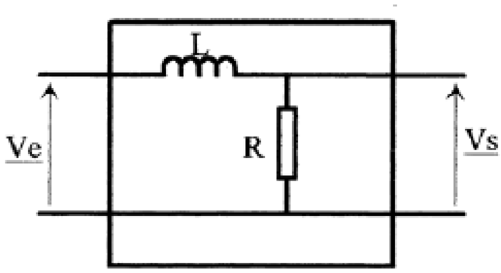
• Tout monôme $(f(x) = ax^n)$ se représente par une droite dont la pente dépend de son degré.

4. FILTRE PASSIF

4.1. Filtre passe bas

4.1.1. Constitution





4.1.2. Fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + jRCw} \quad \textbf{et} \quad \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}w}$$

4.1.3. Forme générale

$\frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1 + j\frac{w}{w_0}}$ Par identification on trouve **:** $A = 1\, et\ w_0 = \frac{1}{RC}\ ou\ w_0 = \frac{R}{L}$

4.1.4. Représentation

Module : $\left|\frac{V_s}{V_e}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}}$

Argument : $\varphi = \arg\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = arctg(0) - arctg\left(\frac{w}{w_0}\right) = -arct\left(\frac{w}{w_0}\right)$

4.1.5. Le module

En décibel :

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right| = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}}\right) = -20.\frac{1}{2} * \log\left[1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right] = -10 * \log\left[1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right]$$

Limite en 0 : $\lim_{w \to 0}\left|\frac{V_s}{V_e}\right| = 0:$ on a une asymptote horizontale à -0 dB.

Limite à l'infini :

$$Lim_{w\to\infty}\left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = -\infty : \left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} \approx_{w\to\infty} -10\log\left(\frac{w}{w_0}\right)^2 = -20\log\left(\frac{w}{w_0}\right)$$

Si on parcourt une décade : de ω à ω10 :

$$\frac{w}{w_0} : -20\log\left(\frac{w}{w_0}\right)$$

$$\frac{10w}{w_0} : on\ a : -20\log\left(\frac{10w}{w_0}\right) = -20\ \log\left(\frac{w}{w_0}\right) - 20\log 10 = -20\ \log\left(\frac{w}{w_0}\right) - 20$$

Le passage d'une décade à l'autre retire 20db à l'asymptote : nous avons une asymptote à -20 dB/décade.

Remarque :

- si on multiplie par 2 la fréquence, la pente est la même mais s'exprime par décade – 6 dB/octave = -20 dB/décade.
- La droite asymptotique passe par 0 db pour $\frac{w}{w_0} = 1$ (mais pas la courbe réelle).

$$\frac{w}{w_0} = 1\,, \left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = -10\log(2) = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3dB$$

4.1.6. L'argument

$$Limite\ en\ 0 : \lim_{w\to 0} \varphi = 0 : on\, a\, une\ \ asymptote\, horizontale\ en\ 0$$

$$pour\ \frac{w}{w_0} = 1,\ \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$Limite\ \ à\ l'\inf\ ini : \lim_{w\to\infty} \varphi = -\frac{\pi}{2} : on\, a\, une\, asymptote\, horizontale\ en -\frac{\pi}{2}$$

4.1.7. Pulsation de coupure

Dans la pratique, la coupure n'est pas aussi nette que dans les filtres idéaux. On considère que la pulsation de coupure est atteinte si l'atténuation a diminué d'un certain nombre de db par rapport au plateau. Par référence aux filtres du premier ordre, le calcul de la pulsation de coupure w_c se fait, sauf précision contraire, pour une atténuation de -3 db.

$$\left|H\left(jw_c\right)\right|_{dB} = \left|\frac{V_S}{V_e}\right|_{db\,à\,w_c} = \left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{db\,au\,plateau} - 3dB$$

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{w_c} = \frac{\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{plateau}}{2}$$

Cela revient au calcul suivant sans les décibels : $\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{w_c} = \frac{\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{plateau}}{2}$

Si la coupure est calculée à -6 db, la division sera par 4 au lieu de 2. On ne doit pas confondre coupure et cassure. Pour un premier ordre :

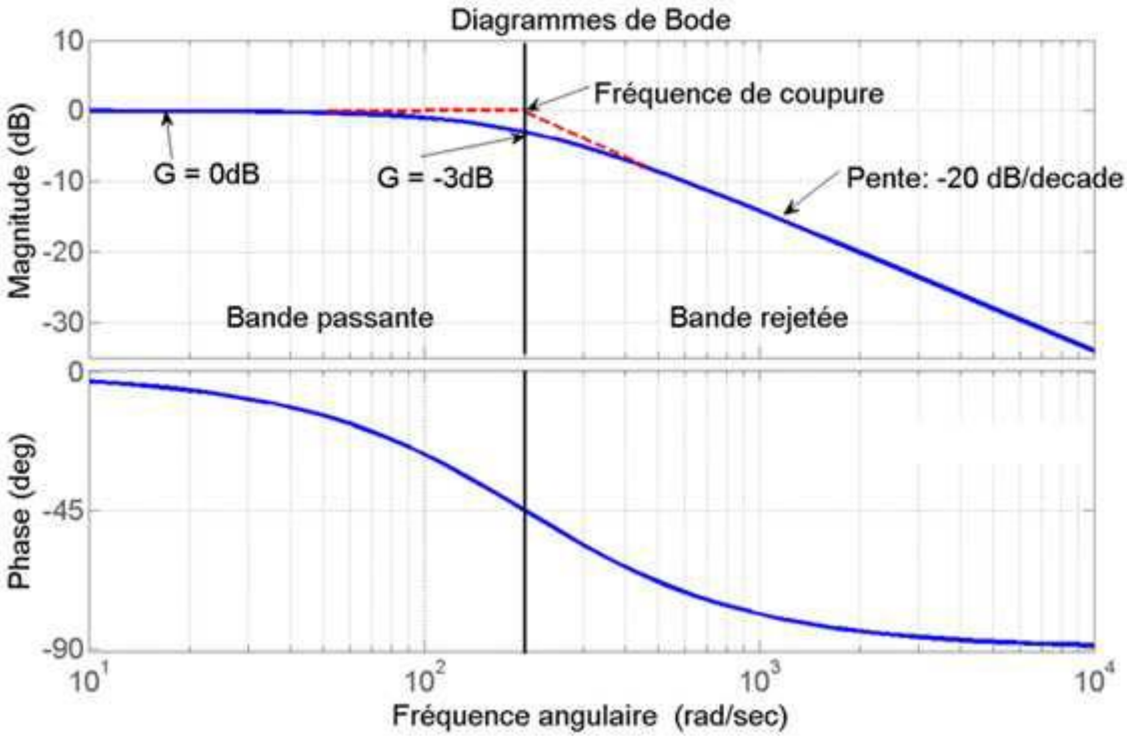
$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{db\,à\,w_c} = \frac{1}{1+\left(\frac{w_c}{w_0}\right)^2} = \frac{\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{plateau}}{2} = \frac{1}{2} : on\,en\,tire\ que \left(\frac{w_c}{w_0}\right)^2 = 1\,, cad\ que\ w_c = w_0$$

Dans un premier ordre, pulsations de coupure (w_c) et cassure (w_0) sont confondues. Pour les filtres d'ordre supérieur, $w_c \prec w_0$.

Les limites de la bande passante sont appelées « fréquences de coupures »

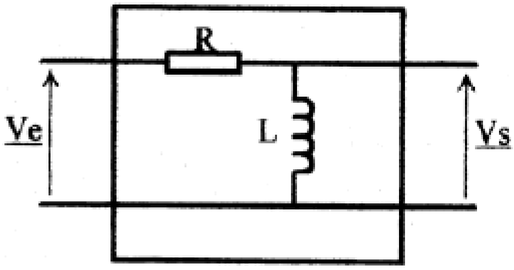
- les fréquences de coupures sont atteintes lorsque le gain du filtre a chuté de 3 dB ;
- ce sont aussi les fréquences ou l'amplification a été divisée par 1,4.

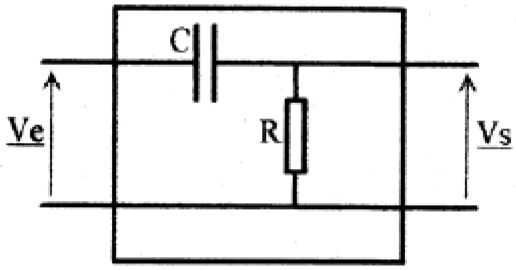
A la fréquence de coupure : $G = G_0 - 3dB\ ou\ A_V = \frac{A_{v0}}{\sqrt{2}}$



4.2. Filtre passe haut du premier ordre

4.2.1. Constitution



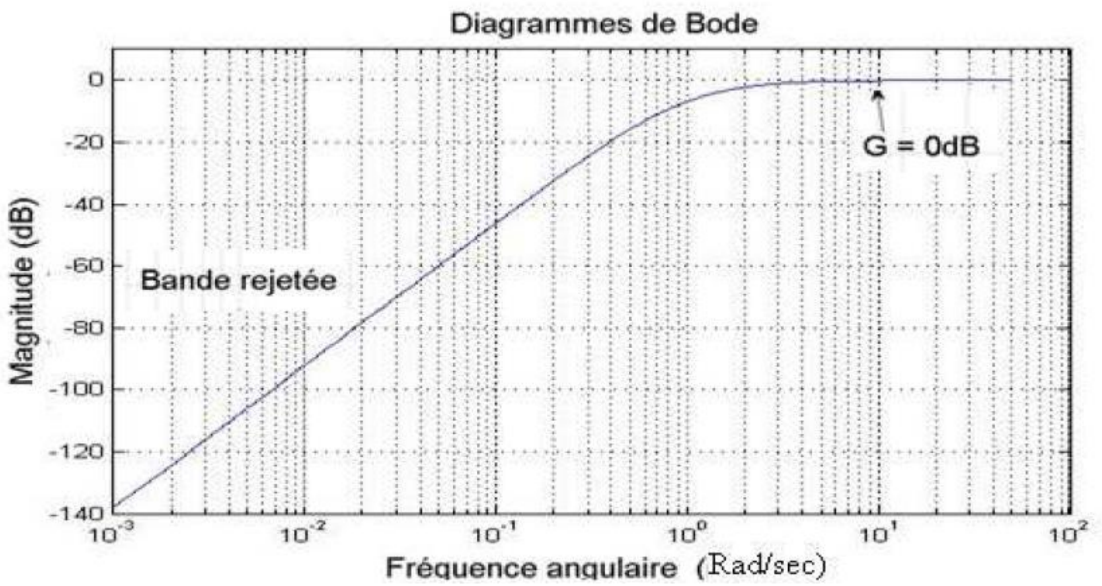


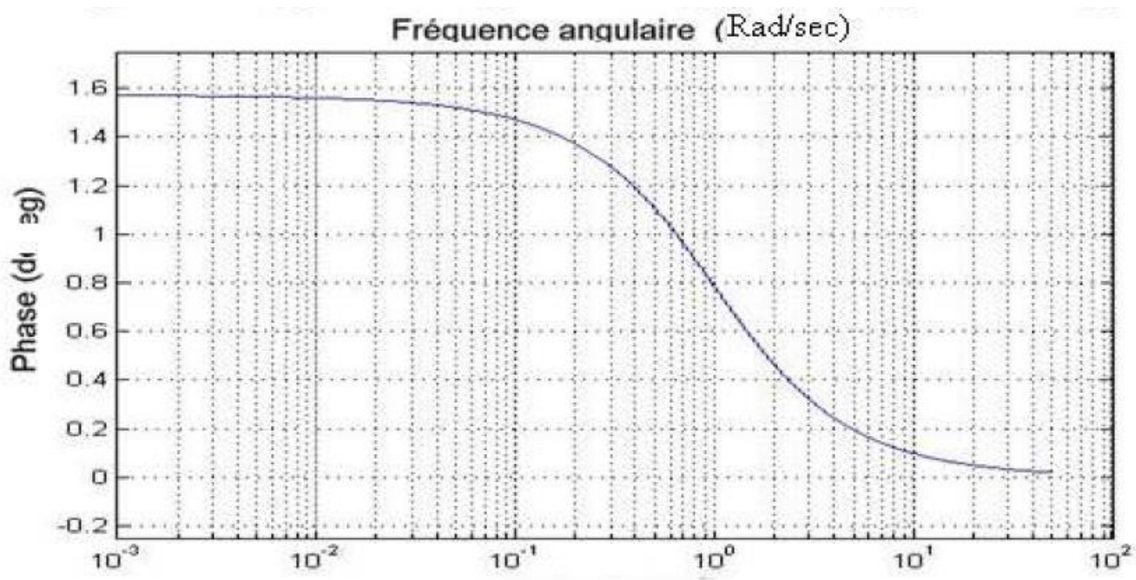
4.2.2. Fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{jRCw}{1 + jRCw} \qquad \frac{V_s}{V_e} = \frac{j\frac{L}{R}w}{1 + j\frac{L}{R}w}$$

4.2.3. Forme générale

$\frac{V_s}{V_e} = \frac{A.j\frac{w}{w_0}}{1 + j\frac{w}{w_0}}$ **,** par identification on trouve : **A=1 et** $w_0 = \frac{1}{RC}$ ou $w_0 = \frac{R}{L}$





Argument : $\varphi = \arg\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = \frac{\pi}{2} - arct\left(\frac{w}{w_0}\right)$. Il suffit d'ajouter $\frac{\pi}{2}$ au terme d'un passe bas.

Annexe1

1 – Axe logarithmique

Dans l'étude des systèmes linéaires, on va être amené à représenter des grandeurs variant dans de grandes proportions (intervalle de variation de la fréquence, dynamique du gain d'un quadripôle par exemple).

Pour pouvoir visualiser les grandes variations sur des diagrammes de dimensions raisonnables, on fait correspondre à chaque valeur son logarithme décimal.

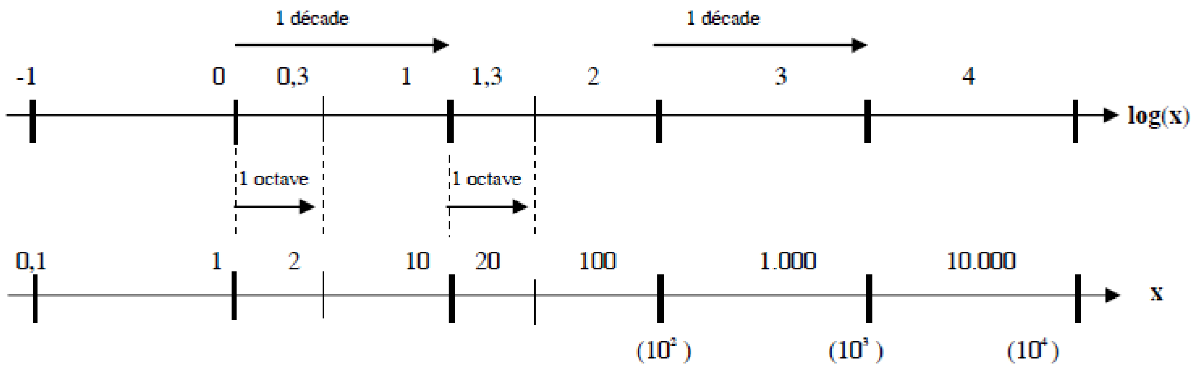
La propriété importante de la fonction logarithme est qu'elle permet de représenter des produits par des sommes :

log(x1.x2) = log(x1) + log(x2) . On note log(x) le logarithme décimal ou à base 10 de x.

En particulier, lorsque la variable est multipliée par 10, son logarithme décimal est augmenté de 1 : log(10.x) = log(10) + log(x) = 1 + log(x).

L'intervalle logarithmique de 1 qui correspond à la multiplication de la variable par 10 est une décade.

L'axe « logarithmique », axe gradué linéairement avec les valeurs de log(x), constitue une échelle logarithmique sur laquelle on peut reporter les valeurs de x correspondantes (celles-ci apparaissent en progression logarithmique sur l'axe) :



Si on multiplie x par 2, log(x) est augmenté de log(2) = 0,3. On dit que x a progressé d'une octave.

Si on multiplie x par 10, log(x) est augmenté de log(10) = 1.

On dit que x a progressé d'une décade.

La décade est l'unité logarithmique de la représentation graphique sur l'axe.

Références

1. Fabrice Sincère, « cours d'électronique générale », chapitre 3 : filtrage analogique, cours disponible sur **http://perso.orange.fr/fabrice.sincere**

2. Le filtrage analogique, CNAM 2006-2007 LD-P.